



Plagiarism Checker X Originality Report

Similarity Found: 9%

Date: Thursday, January 26, 2023

Statistics: 283 words Plagiarized / 3290 Total words

Remarks: Low Plagiarism Detected - Your Document needs Optional Improvement.

28 Jurnal Epsilon <http://ppjp.ulm.ac.id/journals/index.php/epsilon> p-ISSN: 1978-4422 | e-ISSN 2656-7660 Vol.15 No.2 (Desember 2021) Hal. 28-38 Terakreditasi SINTA 4, SK 158/E/KPT/2021 MODULAR BLOK DI RUANG BARISAN TERJUMLAH CESARO ORLICZ Haryadi Prodi Ilmu Komputer, Universitas Muhammadiyah Palangkaraya, Indonesia Jl. RTA Milono Km 1,5 Palangkaraya email : haryadi@umpr.ac.id ABSTRACT On the Cesaro summable of orde-p sequence space, if the fuction $|\cdot|$, $1 < < 8$ is replaced by Orlicz function, it is not always easy to define norm in the space.

In this paper, we study some properties of the Cesaro Orlicz summable sequence space. First, on the space we define a modular and its the luxemburg norm, and then some topological properties is explored. The results show that the sequence spaces is modular complete and nom complete. In addition, the space is a BK- space but not an AK-space. Keywords : Olicz function, Cesaro, sequences ABSTRAK Di dalam ruang barisan terjumlah Cesaro orde-p, jika fungsi $|\cdot|$, $1 < < 8$ diganti dengan fungsi Orlicz, tidak selalu mudah untuk mendefinisikan normanya.

Di dalam makalah ini akan dipelajari sifat-sifat ruang barisan terjumlah Cesaro Orlicz. Terlebih dahulu pada ruang barisan ini dikonstruksi modular dan norma luxemburgnya. Selanjutnya akan ditelaah sifat-sifat topologisnya. Hasil penelitian menunjukkan bahwa ruang barisan tersebut merupakan ruang lengkap modular dan lengkap norma. Lebih lanjut, ruang tersebut merupakan ruang - BK tetapi bukan ruang- AK. Kata kunci: fungsi Orlicz, Cesaro, barisan 1. PENDAHULUAN Barisan (s_n) di dalam R dikatakan terjumlah Cesaro orde- ke jika $\sum_{k=0}^{\infty} s_{n+k} = 0$. Studi mengenai ruang barisan terjumlah Cesaro ini telah dikerjakan oleh beberapa peneliti seperti (Borwein, D., 1965), (Maddox, I.J., 1968) dan (Malkowsky, E.

& Velickovic, V., 2013). Jika di dalam ruang ini digunakan norma section, maka akan dijumpai beberapa kesulitan yang dihadapi dalam menelaah topik lainya di dalam ruang barisan tersebut. Goswin & Erdman menyatakan bahwa kesulitan tersebut terjadi karena pada norma section setiap suku akan dihitung mulai suku pertama lagi (Goswin, K. & Erdman, G., 1967). Oleh karena itu beberapa peneliti membangun ruang yang ekuivalen ruang barisan terjumlah Cesaro tersebut melalui pengkonstruksian norma yang lain. Haryadi – Modular Blok Di Ruang 29 Penelitian (Maddox, I.J., 1968) (Malkowsky, E. & Velickovic, V.,

2013) menggunakan norma blok atau norma dyadic yaitu $|(\cdot)| = S|\cdot|$ untuk menelaah menelaah karakteristik matriks transformasi pada ruang barisan pada ruang barisan terjumlah Cesaro orde- p . Lebih lanjut (Maddox, I.J., 1980) juga menggunakan norma ini untuk menelaah ruang barisan terjumlah Cesaro di dalam ruang bernorma. Permasalahan yang terjadi adalah jika fungsi $|\cdot|$ diganti dengan fungsi Orlicz, maka pendefinisian normanya tidak selalu bisa dikerjakan. Hal ini disebabkan tidak setiap fungsi Orlicz bersifat homogen. Dalam hal ini pengkonstruksian norma dapat dilakukan dengan terlebih dahulu mengkonstruksi fungsi modular pada ruang barisan Orlicz seperti dikerjakan oleh (Kozlowski, W.M.,

1988) dan (Musielak, J., 1983). Pengkonstruksian norma melalui modular ini telah banyak diterapkan oleh peneliti lainnya diantaranya (Bala, I., 2012), (Haryadi, Supama & Zulijanto A., 2017) dan (Rahman, Md, F & Karim, A.B.M.R, 2016). Di dalam makalah ini akan ditelaah ruang barisan terjumlah Cesaro Orlicz yang dikonstruksi oleh modular blok atau modular dyadic. Berangkat dari pengkonstruksian ini, selanjutnya akan diteliti sifat inklusi dengan ruang barisan terbatas. Lebih lanjut akan diteliti sifat-sifat kekonvergenan modular dan kekonvergenan norma, sifat BK dan AK. 2. TINJAUAN PUSTAKA Di dalam makalah ini notasi \mathbb{N} dan \mathbb{R} berturut-turut menyatakan himpunan semua bilangan asli dan himpunan semua bilangan real.

Selanjutnya ruang barisan dengan suku-suku bilangan real dituliskan X . Anggota X dituliskan dengan $x = (x_k) = (x_1, x_2, \dots)$ dengan $x_k \in \mathbb{R}$, $k = 1, 2, \dots$. Notasi $0 = (0, 0, \dots)$ menyatakan barisan yang setiap sukunya 0. Untuk sebarang barisan dan bilangan asli n , $[x]_n = (x_1, x_2, \dots, x_n, 0, 0, \dots)$. Barisan didalam dituliskan $(x) = ((x_n), (x_n))$ dengan $(x_n) = (x_n) = (x_n)$, (x_n) untuk setiap $n \in \mathbb{N}$. Untuk sebarang bilangan bulat $m = 0$, didefinisikan $[2, 2] = \{x \in \mathbb{N} : 2 \leq x \leq 2\}$. Untuk memudahkan penulisan, selanjutnya \mathbb{N} dituliskan dengan \mathbb{N} . Uraian mengenai fungsi Orlicz berikut diacu dari (Krasnosel'skii, M.A. & Rutickii, Y.B, 1961).

Fungsi Orlicz dituliskan dengan Φ , yaitu : $\mathbb{R}^+ \rightarrow [0, \infty)$, Jurnal Epsilon Vol.15 No.2 (2021) Hal. 28-38 30 dengan fungsi genap, kontinu, konveks, $\Phi(0) = 0$ jika dan hanya jika $\Phi(x) = 0$ dan $\Phi(x) = 8$. Setiap fungsi Orlicz dapat dinyatakan dengan $\Phi(x) = \int_0^x \phi(t) dt$ dengan fungsi tidak

turun dan kontinu kanan. Untuk sebarang fungsi Orlicz φ , fungsi dengan definisi $\psi(x) = \{ |\varphi(x)| - \varphi(x) : \varphi(x) \leq 0 \}$ merupakan fungsi Orlicz. Selanjutnya φ dan dinamakan pasangan fungsi Orlicz komplementer. Jika φ dan pasangan fungsi Orlicz komplementer maka berlaku ketaksamaan Young, yakni $|\varphi(x) + \psi(y)| \leq \varphi(x) + \psi(y)$ untuk setiap $x, y \in \mathbb{R}$.

Ketaksamaan Young menjadi kesamaan jika $\varphi(x) = |\varphi(x)|$ atau $\psi(x) = |\psi(x)|$ dengan φ (atau ψ) fungsi tidak turun dan kontinu kanan yang memenuhi persamaan (1) $\varphi(x) = \varphi(y)$. Fungsi $\varphi : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ adalah fungsi dengan definisi $\varphi(x) = \int_0^x \varphi(t) dt$ jika dan hanya jika $\varphi(x) = \int_0^x \varphi(t) dt$. Fungsi Orlicz dikatakan memenuhi kondisi-1 jika terdapat konstanta $a > 0$ dan bilangan $b = 0$ sehingga (2) $\varphi(x) = \varphi(y)$ untuk setiap $x, y \in \mathbb{R}$. Kondisi-1 juga ekuivalen dengan terdapat bilangan $a > 0$ sehingga $\varphi(x) = \varphi(y)$ dengan $a > 1$. Perlu diketahui bahwa jika fungsi Orlicz memenuhi kondisi-1 maka fungsi Orlicz komplementernya belum tentu memenuhi kondisi-1. Fungsi Orlicz tidak selalu memiliki sifat homogen maupun aditif.

Hal ini akan menyulitkan didalam pembentukan norma pada barisan yang dibentuk dengan fungsi Orlicz. Salah satu metode yang dapat digunakan adalah dengan terlebih dahulu membentuk modular. Ruang linear atas lapangan R adalah himpunan tak kosong dengan dua fungsi $+$: $x \in R$ dan $\cdot : R \times R \rightarrow R$ sehingga untuk setiap $x, y \in R$ dan $\alpha, \beta \in R$ berlaku (1) $x + y = y + x$, (2) $(x + y) + z = x + (y + z)$, (3) terdapat 0 sehingga $x + 0 = x$, (4) terdapat 1 sehingga $x \cdot 1 = x$, (5) $1 \cdot x = x$, (6) $x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$, (7) $(x + y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z$, dan (8) $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$. Untuk mempermudah penulisan, \cdot akan dituliskan dengan \cdot . Selanjutnya, **di dalam makalah ini** yang dimaksud ruang linear adalah ruang linear atas lapangan R .

Diberikan ruang linear X . Fungsi $\varphi : X \rightarrow [0, \infty)$ dinamakan pseumodular jika memenuhi kondisi-kondisi berikut: (1) $\varphi(x) = 0$, (2) $\varphi(-x) = \varphi(x)$ untuk setiap $x \in X$, dan (3) $\varphi(x + y) = \varphi(x) + \varphi(y)$ untuk setiap $x, y \in X$ dan $\alpha, \beta \geq 0$ dengan $\alpha + \beta = 1$. Haryadi – **Modular Blok Di Ruang** 31 Jika kondisi (3) diganti dengan (3') $\varphi(x + y) = \varphi(x) + \varphi(y)$ untuk setiap $x, y \in X$ dan $\alpha, \beta \geq 0$ dengan $\alpha + \beta = 1$, maka dinamakan pseumodular konveks. Lebih lanjut, jika fungsi juga memenuhi kondisi: $\varphi(x) = 0$ berakibat $x = 0$, maka dinamakan modular (Kozlowski, W.M., 1988). Diberikan modular konveks φ . Himpunan $M_\varphi = \{ x \in X : \varphi(x) = 0 \}$ (2) merupakan ruang linear atas R .

Lebih lanjut, merupakan **ruang bernorma dengan norma** Luxemburg $\|x\|_\varphi = \inf \{ \lambda > 0 : \varphi(x/\lambda) \leq 1 \}$. Diberikan (x_n) barisan didalam ruang X . Barisan (x_n) dikatakan barisan Cauchy- jika $\varphi(x_n - x_m) \rightarrow 0$ untuk $n, m \rightarrow \infty$. Barisan (x_n) dikatakan konvergen- , jika terdapat $x \in X$ sehingga $\varphi(x_n - x) \rightarrow 0$. Untuk pembahasan pada bagian berikutnya diperlukan teorema berikut. Teorema 1. (Musielak, J., 1983) Diketahui ruang modular X . (1) Jika $\varphi(x) < 1$, maka $\varphi(x) = \varphi(x)$. (2) Jika $\varphi(x - y) \leq 1$ untuk setiap $x, y \in X$ maka $\varphi(x) - \varphi(y) \leq 1$. 3. METODE PENELITIAN Penelitian diawali dengan mengkonstruksi himpunan semua barisan terjumlah Cesaro- , dituliskan (x_n) sebagai berikut.

). Selanjutnya kekonveksan dapat dibuktikan dengan mengingat bahwa konveks.

Hasil berikut menyatakan keterkaitan antara ruang modular ruang yang dinyatakan di dalam persamaan (2). Jurnal Epsilon Vol.15 No.2 (2021) Hal. 28-38 34 Teorema 5. Jika fungsi Orlicz memenuhi kondisi- ϕ , maka $\| \cdot \|_{\phi} = 0$. Bukti: Diambil sebarang $f \in L^{\phi}$ dan sebarang bilangan $\lambda > 0$. Karena ϕ maka terdapat bilangan positif sehingga $\phi(\lambda) = \lambda^2$. Untuk sebarang bilangan dengan $\|f\|_{\phi} = 1$ dan $|\lambda| < 1$. Sifat konveks mengakibatkan $\| \lambda f \|_{\phi} = \sup_{1 \leq k \leq \infty} | \lambda f(x_k) | = \sup_{1 \leq k \leq \infty} \lambda | f(x_k) | < 1$. Dengan demikian $\phi(\lambda \|f\|_{\phi}) = 0$. Sebaliknya, diambil sebarang barisan $\{f_n\}$ sehingga $\phi(f_n) = 0$. Diambil $\lambda > 0$ sehingga jika $\|f_n\|_{\phi} < 1$ maka $\phi(\lambda f_n) < 1$.

Diambil bilangan asli terkecil sehingga $\phi(2) = 2$. Kondisi- ϕ mengakibatkan terdapat bilangan positif sehingga $\phi(2) = 2$ untuk setiap bilangan real. Oleh karena itu $\|f\|_{\phi} = \sup_{1 \leq k \leq \infty} |f(x_k)| = \sup_{1 \leq k \leq \infty} |f(x_k)| < 2$ yang berarti $\phi(f) = 0$. Dengan menggunakan fungsi modular, selanjutnya dapat dipelajari sifat- sifat kekonvergenan modular di ruang. Sifat-sifat kekonvergenan tersebut dinyatakan dalam Teorema 6 dan Teorema 7. Teorema 6. Modular memenuhi kondisi- ϕ , yakni $\phi(f) = 0$ berakibat $\phi(g) = 0$ untuk $\phi(f) = 0$. Bukti: Diketahui $\phi(f) = 0$. Karena memenuhi kondisi- ϕ maka ada $\lambda > 0$ sehingga $\phi(2) = 2$ untuk setiap bilangan real. Akibatnya $\phi(2) = \sup_{1 \leq k \leq \infty} |2(x_k)| = \sup_{1 \leq k \leq \infty} |2(x_k)| = 2$.

Teorema 7. Setiap barisan Cauchy- merupakan barisan konvergen-. Bukti: Diketahui $\{f_n\}$ barisan Cauchy- didalam L^{ϕ} , yakni $\|f_n - f_m\|_{\phi} = \sup_{1 \leq k \leq \infty} |f_n(x_k) - f_m(x_k)| < \epsilon$ jika $n, m > 8$. Karena untuk setiap Haryadi – Modular Blok Di Ruang $\|f_n - f_m\|_{\phi} = \sup_{1 \leq k \leq \infty} |f_n(x_k) - f_m(x_k)| < \epsilon$ maka $\{f_n(x_k)\}$ $< \epsilon$ jika $n, m > 8$. Akibatnya untuk setiap bilangan asli ϵ berlaku $\|f_n - f_m\|_{\phi} < \epsilon$, jika $n, m > 8$, yang berarti $\{f_n(x_k)\}$ merupakan barisan Cauchy di dalam \mathbb{R} . Dengan demikian $\{f_n(x_k)\}$ konvergen ke suatu bilangan real.

Selanjutnya dibentuk barisan $\{f_n(x_k)\}$ dan diambil bilangan asli tetap $\epsilon = 1$. Berlaku $\|f_n - f_m\|_{\phi} = \sup_{1 \leq k \leq \infty} |f_n(x_k) - f_m(x_k)| < 1$ jika $n, m > 8$. Akibatnya $\|f_n - f_m\|_{\phi} < 1$, yakni barisan $\{f_n(x_k)\}$ konvergen- ke $f(x_k)$. Selanjutnya akan ditunjukkan bahwa $\phi(f) = 0$. Barisan $\{f_n(x_k)\}$, sehingga berlaku $\|f_n - f_m\|_{\phi} = \sup_{1 \leq k \leq \infty} |f_n(x_k) - f_m(x_k)| = \sup_{1 \leq k \leq \infty} |f_n(x_k) - f(x_k) + f(x_k) - f_m(x_k)| = \sup_{1 \leq k \leq \infty} |f_n(x_k) - f(x_k)| + \sup_{1 \leq k \leq \infty} |f(x_k) - f_m(x_k)| < 1$. Karena merupakan modular konveks, maka di ruang dapat didefinisikan norma Luxemburg $\| \cdot \|_{\phi}$ sebagai berikut: $\|f\|_{\phi} = \inf \{ \lambda > 0 : \sup_{1 \leq k \leq \infty} |f(x_k)| \leq \lambda \}$. Dengan memperhatikan bahwa fungsi dan kontinu, dapat dibuktikan lemma berikut. Lemma 1. Jika $\phi(f) = 0$ maka untuk setiap $\lambda > 0$ berlaku $\|f\|_{\phi} < \lambda$. Bukti. Untuk $0 < \lambda \leq 1$, lemma dapat dibuktikan dengan menggunakan kekonveksan fungsi.

Untuk sebarang $\lambda > 1$ diambil bilangan asli sehingga $\phi(2) = 2$. Selanjutnya $\phi(f) = 2 \phi(f) = 0$. Berdasarkan Teorema 7 dan Lemma 1, selanjutnya diperoleh sifat kelengkapan ruang yang dinyatakan dalam teorema berikut. Teorema 8. Ruang merupakan ruang lengkap terhadap norma Luxemburg. Jurnal Epsilon Vol.15 No.2 (2021) Hal. 28-38 36 Bukti.

Diberikan barisan Cauchy (x_n) di dalam X . Diambil sebarang bilangan $\epsilon > 0$. Terdapat bilangan asli sehingga $\|x_n - x_m\| < \epsilon, n, m \geq N$. Akibatnya (x_n) konvergen ke suatu barisan limit x . Oleh karena itu ada N sehingga $\|x_n - x\| < \epsilon, n \geq N$. Diambil sebarang bilangan real $\epsilon > 0$. Berdasarkan Lemma 1, $\|x_n - x\| < \epsilon$.

Oleh karena itu (x_n) konvergen norma ke x . Teorema berikut merupakan hasil yang diperoleh dengan memanfaatkan sifat naik monoton fungsi Orlicz. Teorema 9. Ruang L^p merupakan ideal di L^q . Bukti. Diketahui barisan (x_n) dan (y_n) dengan $\|x_n\|_p = 1, \|y_n\|_q = 1, 1 < p < q < \infty$. Karena fungsi Orlicz bersifat naik monoton pada $[0, \infty)$ maka untuk setiap $n \in \mathbb{N}, 1 < p < q < \infty$. Oleh karena itu $\|x_n\|_q < \|x_n\|_p = 1$, yakni $\|x_n\|_q < 1$. Teorema 1 (1) mengakibatkan bahwa setiap barisan di dalam L^q yang konvergen terhadap norma adalah konvergen terhadap modular. Akibat ini digunakan dalam pembuktian teorema berikut. Teorema 10. Ruang L^p merupakan ruang-BK Bukti.

Akan ditunjukkan bahwa pemetaan $T: L^p \rightarrow L^q$ dengan $T(x) = (x_n)$ kontinu. Diambil (x_n) barisan di dalam sehingga $\|x_n\|_p < \epsilon$ untuk suatu $\epsilon > 0$. Akibatnya $\|x_n\|_q < \epsilon$. Dengan demikian untuk setiap $n \in \mathbb{N}, \|x_n\|_q < \epsilon$. Karena kontinu, maka $T(x_n) \rightarrow T(x)$. Dengan demikian dengan $\|T(x_n) - T(x)\|_q < \epsilon$, yakni kontinu. Haryadi – **Modular Blok Di Ruang** 37 Ruang barisan bukan ruang-AK seperti ditunjukkan melalui contoh berikut. Contoh 2. Diberikan fungsi Orlicz ϕ . Diambil sebarang barisan (x_n) dengan $\|x_n\|_\phi = 1, n = 1, 2, \dots$. Barisan (x_n) adalah barisan dengan suku-suku $x_n = 0, n = 1, 2, \dots$ Untuk sebarang bilangan asli terdapat bilangan sehingga $\|x_n\|_\phi < 2$. Akibatnya $\|x_n\|_\phi = 1$ Oleh karena itu $\sup \|x_n\|_\phi = 1$.

Karena naik monoton, maka untuk setiap bilangan dengan $0 < \epsilon < 1, \sup \|x_n\|_\phi = 1$. Dengan demikian $\|x_n\|_\phi = \inf_{n \geq N} \|x_n\|_\phi = 1 > 1 - \epsilon$ yang berarti barisan (x_n) tidak konvergen ke 0 . 5. PENUTUP Dengan menggunakan modular blok dapat dikonstruksi ruang barisan terjumlah Cesaro- ϕ . Ruang barisan ini **merupakan ruang lengkap modular dan lengkap norma**. Selanjutnya berdasarkan hasil penelitian ini, terbuka kemungkinan untuk diteliti topik-topik yang terkait dengan keterjumlahan seperti dual Kothe-Toeplitz dan matriks transformasi di ruang tersebut. REFERENSI Krasnosel'skii, M.A. & Rutickii, Y.B. (1961).

Covex Function and Orlicz Space. Netherlands: P. Noordhoff Ltd. Bala, I. (2012). On Cesaro Sequence Space defined by an Orlicz Function. Communications in Mathematics and Applications, 3(2), 197-204. Borwein, D. (1965). Linear Functional **Connected with Strong Cesaro** Summability. J. Londong Math. Soc. Goswin, K. & Erdman, G. (1967). The Blocking Technique, Weigthed Mean Operator and Hardy's Inequality. Berlin Heidelberg New York: Springer- Verlag. Jurnal Epsilon Vol.15 No.2 (2021) Hal. 28-38 Haryadi, Supama & Zulijanto A. (2017). The The beta-dual of the Cessaro sequence spaces

defined on a generalized Orlicz space. IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 893, 893, hal. 1-7. Denpasar. Kozłowski, W.M. (1988).

Modular Function Space. New York: Marcel Dekker. Maddox, I.J. (1968). **On Kuttner's Theorem. J. London Math. Soc.**, 43, 285-290. Maddox, I.J. (1980). Kuttner's Theorem for Operator. *Compositio Mathematica*, Vol. 29 No. 1 pp 35-41. Malkowsky, E. & Velickovic, V. (2013). Sequence Spaces. *Filomat*, pp 821-829. Musielak, J. (1983). Orlics Space and Modular Space. Berlin Heidelberg New York Tokyo: Springer Verlag. Rahman, Md, F & Karim, A.B.M.R. (2016). Dual Space of Generalized Cesaro Sequence Space and Related Matrix Mapping. *International Journal of Mathematics and Statistics Invention*, Vol. 4, pp 44-50.

INTERNET SOURCES:

5% -

<http://download.garuda.kemdikbud.go.id/article.php?article=2972944&val=5067&title=MODULAR%20BLOK%20DI%20RUANG%20BARISAN%20TERJUMLAH%20CESARO%20ORLICZ>

1% -

https://www.researchgate.net/publication/359704691_MODULAR_BLOK_DI_RUANG_BARISAN_TERJUMLAH_CESARO_ORLICZ

1% - <https://garuda.kemdikbud.go.id/documents/detail/2972944>

<1% - <https://garuda.kemdikbud.go.id/documents/detail/2737510>

<1% - <https://iptek.its.ac.id/index.php/limits/article/download/8114/6734>

<1% - <http://journal.upgris.ac.id/index.php/aksioma/article/download/52/48>

<1% - <http://repository.ub.ac.id/8771/2/Bab%20II%20Dasar%20Teori.pdf>

<1% - <https://jurnaliainpontianak.or.id/index.php/atturats/article/download/2141/pdf>

<1% - <https://pustaka.ut.ac.id/lib/wp-content/uploads/pdfmk/MATA4217-M1.pdf>

<1% -

https://repository.unej.ac.id/xmlui/bitstream/handle/123456789/104973/Fisip_MODul_Franciscus_SUPERVISI%20PEKERJAAN%20SOSIAL.pdf?sequence=1

<1% -

http://file.upi.edu/Direktori/FPMIPA/JUR._PEND._MATEMATIKA/197411242005011-SUMANANG_MUHTAR_GOZALI/ANALISIS_REAL-1.pdf

<1% - <https://hindayani.com/himpunan/>

<1% - <https://brainly.co.id/tugas/23148613>

<1% - <https://proofficial.id/analisis-real-lanjut-barisan-cauchy/>

<1% -

<http://download.garuda.kemdikbud.go.id/article.php?article=1408332&val=1292&title=TITIK%20TETAP%20NADLR%20FUNGSI%20MULTI%20NILAI%20KONTRAKTIF%20PADA%20RUANG%20METRIK%20X>

<1% - <https://anwarmutaqin.wordpress.com/2010/02/01/jawaban-uas-analisis-real/>

<1% - <https://www.jstor.org/stable/2040064>

<1% -

http://repository.lppm.unila.ac.id/38483/1/J%20Positron_Analisis%20Struktur%20Patahan_mergered.pdf

<1% -

<https://www.cambridge.org/core/journals/mathematical-proceedings-of-the-cambridge-philosophical-society/article/sequence-spaces-defined-by-a-modulus/48ED660D6C2C5B76D98ECCF2B80A12F3>